S/PROSTOK/18/TS1/320

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS BRAWIJAYA MALANG
FAKULTAS MIPA JURUSAN STATISTIKA

===

SOAL UTS SEMESTER GANJIL 2018/2019

MATA KULIAH	: **Proses Stokastik**	WAKTU	: 110 menit
KELAS	: SA	DOSEN	: Dr. Suci Astutik, S.Si., M.Si.
SIFAT	: TERTUTUP (boleh dg kalkulator)	TANGGAL	: Jum'at, 19 Oktober 2018

===

1. Keadaan hujan pada suatu hari bergantung pada keadaan hujan dalam dua hari terakhir. Jika dalam dua hari terakhir hujan maka besok akan hujan dengan peluang 0.7; Jika hari ini hujan dan kemarin tidak hujan maka besok akan hujan dengan peluang 0.5; jika hari ini tidak hujan dan kemarin hujan maka besok akan hujan dengan peluang 0.4; jika dalam dua hari terakhir tidak hujan maka besok hujan dengan peluang 0.2. Definisikan Matriks peluang transisinya. **(POINT: 20)**

$X_n \quad X_{n+1}$

$P_1 \times P_{..} \times P_{11}$ $\quad P_0 \times P_{01} \times P_{11}$ $\quad P_1 \times P_{10} \times P_{01}$ $\quad P_0 \times P_{00} \times P_{01}$

$P(X_{n+1}=1 \mid X_n=1, X_{n-1}=1) = 0.7 \qquad P(X_{n+1}=1 \mid X_n=0, X_{n-1}=1) = 0.4$

$P(X_{n+1}=1 \mid X_n=1, X_{n-1}=0) = 0.5 \qquad P(X_{n+1}=1 \mid X_n=0, X_{n-1}=0) = 0.2$

2. Pertimbangkan suatu urutan barang dari proses produksi, dengan setiap barang dinilai sebagai "baik" atau "cacat". Misalsuatu barang "baik"akan diikuti oleh barang lain yang"baik" pula dengan probabilitas α dan diikuti oleh barang yang "cacat" dengan probability 1 - α. Demikian pula, barang yang "cacat"akan diikuti oleh barang "cacat" lainnya denganprobabilitas β dan diikuti oleh barang "baik" dengan probabilitas 1 - β. Jika barang yang pertama"baik", berapa probabilitas bahwa barang "cacat" pertama yang muncul adalahbarang urutan kelima? **(POINT: 20)**

1 baik 0 cacat

$$\begin{array}{c|c} & 0 \quad\quad 1 \\ \begin{matrix}0\\1\end{matrix} & \begin{bmatrix} \cancel{\alpha} & 1-\cancel{\beta} \\ 1-\cancel{\beta} & \cancel{\beta} \end{bmatrix} \end{array} \quad \begin{bmatrix} \alpha & 1-\alpha \\ 1-\beta & \beta \end{bmatrix}$$

$\alpha^2 + (1-\alpha)(1-\beta)$

$\cancel{(1-\beta)^2}$

$1-\beta(\alpha+\beta)$

$\frac{a}{a+b} \quad \frac{b}{a+b}$

$\frac{a}{a+b} \quad \frac{b}{a+b}$

$\frac{0.7}{\alpha \times 1}$

3. Pada suatu sistem persediaan (gudang)harus selalu ada stok untuk memenuhi permintaan. Misal diketahui pengisian persediaan dilakukan setiap akhir minggu ke n = 0, 1, 2, ...Total permintaan pada minggu ke n adalah peubah acakξ_n (misalkan hanya ada 0, 1, atau 2 permintaan) dengan peluang: **(POINT: 20)**

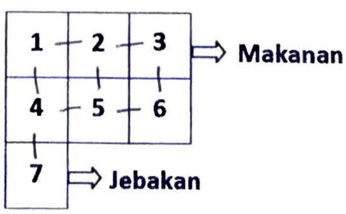
$$Pr\{\xi_n = 0\} = 0.4;\ Pr\{\xi_n = 1\} = 0.3\ ;\ Pr\{\xi_n = 2\} = 0.3$$

dan misal $s = 0$ dan $S = 3$. Tentukan matriks probabilitas transisi pada Rantai Markov $\{X_n\}$, di mana X_n adalah jumlah persediaan pada akhir minggu. **(POINT: 20)**

$$\begin{array}{c|c} & -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \\ \begin{matrix}-2\\-1\\0\\1\\2\\3\end{matrix} & \begin{bmatrix} \quad & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \end{array}$$

4. Seekor tikus diletakkan pada kotak 2 dari maze berikut ini:

$$\begin{array}{c|c} & 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \\ \begin{matrix}1\\2\\3\\4\end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 & 0 & 1/3 & 0 & 1/3 \end{bmatrix} \end{array}$$



berawal dr state 2 → state

$u_i = P$

Tikus tersebut bergerak melalui kotak-kotak secara acak. Jika terdapat k jalan untuk meninggalkan kotak, dia memilih tiap jalan tersebut dengan peluang $\frac{1}{k}$.

Berapa peluang dia akan menemukan makanan di kotak 3? (Gunakan First Step Analysis!) **(POINT: 20)**

5. Rantai Markov X_0, X_1, X_2 mempunyai matriks peluang transisi sebagai berikut:

$$\mathbf{P} = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \end{array} \\ \left\| \begin{array}{ccc} 0.3 & 0.2 & 0.5 \\ 0.5 & 0.1 & 0.4 \\ 0.5 & 0.2 & 0.3 \end{array} \right\| \end{array}.$$

Setiap periode yang menghabiskan proses di state 0 menimbulkan biaya \$ 2. Setiap periode yang menghabiskan proses di state 1 menimbulkan biaya \$ 5. Setiap periode yang menghabiskan proses di state 2 menimbulkan biaya \$ 3. Berapa biaya rata-rata jangka panjang per periode yang terkait dengan rantai Markov ini? (Catatan: Hitung *limiting probability* dari rantai markov tsb, dan terapkan konsep nilai harapan bagi biaya: $E(C) = \sum_{i=0}^{2} c_i \pi_i$) **(POINT: 20)**

$\pi_0 = 0.3\pi_0 + 0.5\pi_1 + 0.5\pi_2$ (1)

$\pi_1 = 0.2\pi_0 + 0.1\pi_1 + 0.2\pi_2$ (2)

$\pi_2 = 0.5\pi_0 + 0.4\pi_1 + 0.3\pi_2$

================END================